Grundwissen im Fach Mathematik an der FOSBOS Neu-Ulm

Liebe Schülerinnen und Schüler,

für einen guten Einstieg an unserer Schule hilft es Ihnen sicherlich, nach einigen Wochen Ferien Ihre mathematischen Grundlagen noch einmal aufzuarbeiten.
Denn in der ersten Schulwoche erwartet Sie ein Leistungstest. Er wird nicht benotet, aber er gibt Ihnen ein wichtiges Feedback zu Ihrem mathematischen Kenntnisstand. Außerdem knüpft man im Mathematikunterricht in der 11. Klasse unmittelbar an Ihrem bisherigen Vorwissen an. Umso wichtiger, dass Sie dieses nochmals auffrischen!

Aber wie? Sie halten das entsprechende Material zur Vorbereitung bereits in Händen! Diese Mappe ist in fünf Themengebiete gegliedert. Jedes Themengebiet ist nach demselben Schema aufbereitet. Sie finden zuerst eine kurze theoretische Einführung mit den wichtigsten Regeln zu dem jeweiligen Thema und im Anschluss einen Übungsteil. Die Lösungen zu allen Übungsaufgaben sind im Kapitel 6 zusammengefasst.

Wie viel Zeit sollten Sie dafür einplanen? Wenn Sie den Schulbesuch an der FOS/BOS ernst nehmen, dann sollten Sie vor dem Schulbeginn mit mindestens einer Woche zur Vorbereitung rechnen. **Tipp**: Sicher ist es sinnvoll, etwas mehr Zeit einzuplanen, um sich zwischendurch Pausen zu gönnen, in denen sich der Stoff setzen kann.

Wir freuen uns auf eine erfolgreiche gemeinsame Schulzeit!

Ihre Mathe-Fachschaft

Inhalt

1 Bruchrechnung

1.1 Bezeichnungen von Brüchen

$$\frac{5}{3}$$

Zähler Nenner

1.2 Kürzen und Erweitern von Brüchen

Einen Bruch erweitern heißt:
Zähler und Nenner mit derselben Zahl multiplizieren

BEISPIEL:
$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{10}{15}$$

Einen Bruch kürzen heißt:
Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl dividieren → Kürzungszahl kann jeder gemeinsame Teiler von Zähler und Nenner sein

BEISPIEL:
$$\frac{10}{15} = \frac{10:5}{15:5} = \frac{2}{3}$$

In beiden Fällen wird der Wert des Bruches nicht verändert.

ACHTUNG:
Steht im Zähler und/oder im Nenner des Bruches eine Summe oder eine Differenz DARF NICHT gekürzt werden.

1.3 Addition und Subtraktion von Brüchen

Brüche mit dem gleichen Nenner werden addiert oder subtrahiert, indem man ihre Zähler addiert bzw. subtrahiert und den gemeinsamen Nenner beibehält:

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \text{ bzw. } \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

BEISPIELE:

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{3} = \frac{2+5}{3} = \frac{7}{3}$$

$$\frac{7}{4} - \frac{1}{4} = \frac{7-1}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

Haben die zu addierenden bzw. subtrahierenden Brüche keinen gleichen Nenner, so sind sie vor Beginn der jeweiligen Rechenoperation in Brüche mit dem gleichen Nenner umzuwandeln.

BEISPIEL:
$$2 - \frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{24}{12} - \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{24-8+3}{12} = \frac{19}{12}$$

1.4 Multiplikation von Brüchen

Ein Bruch und eine ganze Zahl werden miteinander multipliziert, indem man den Zähler mit der ganzen Zahl multipliziert und den Nenner des Bruches beibehält:

$$\frac{a}{b} \cdot c = \frac{a \cdot c}{b}$$

BEISPIEL:
$$\frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{1 \cdot 3}{2} = \frac{3}{2}$$

Brüche werden miteinander multipliziert, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

BEISPIEL:
$$\frac{1}{2} \cdot \frac{7}{3} = \frac{1 \cdot 7}{2 \cdot 3} = \frac{7}{6}$$

1.5 Division von Brüchen

Durch einen Bruch wird dividiert, indem man den Bruch mit seiner Kehrzahl (Vertauschen von Zähler und Nenner) multipliziert:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

BEISPIEL:
$$\frac{1}{2} : \frac{7}{3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{7} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 7} = \frac{3}{14}$$

1.6 Übungsaufgaben

Berechnen Sie ohne Taschenrechner. Kürzen Sie immer dann, wenn es möglich ist.

a) $-\frac{1}{4} + \frac{1}{7}$ b) $\frac{11}{15} - \frac{7}{12}$ c) $-\frac{2}{7} - \frac{1}{5}$

d) $-2 + \frac{11}{8}$ e) $\frac{7}{8} - \left(\frac{5}{4} - \frac{1}{2}\right)$ f) $-\frac{1}{3} + \left(2 - \frac{11}{5}\right)$

g) $\frac{3}{5} \cdot \frac{8}{7}$ h) $-\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7}$ i) $\left(3 + \frac{3}{8}\right) \cdot \left(4 + \frac{4}{9}\right)$

j) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right)$ k) $\frac{1}{5} + \frac{1}{8} \cdot \frac{4}{3}$ l) $-3 \cdot \frac{5}{6} + 2 \cdot \frac{10}{7}$

m) $\frac{6}{7} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)$ n) $\left(\frac{5}{4} - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(2 - \frac{1}{3}\right)$ o) $\frac{3}{4} : \frac{9}{12}$

p) $\frac{14}{21} : \frac{7}{3}$ q) $7 : \frac{14}{23}$ r) $\frac{13}{4} : \frac{39}{8}$

2 Wurzelrechnungen

2.1 Definition und Beispiel

$$x^2 = 9$$

2 Lösungen

$$x_1 = +\sqrt{9} = +3 \qquad x_2 = -\sqrt{9} = -3$$

Zwei Lösungen, weil sowohl $(+3)^2 = 9$ als auch $(-3)^2 = 9$ ergibt.

Wichtig: innerhalb der reellen Zahlen IR sind Wurzeln aus negativen Zahlen nicht definiert, d.h. die Gleichung: $x^2 = -9$ besitzt keine Lösungen

2.2 Rechenregeln

- $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ z.B.: $\sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = \sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6$
- $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ z.B.: $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{9}} = \sqrt{\frac{36}{9}} = \sqrt{4} = 2$ bzw. $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{9}} = \frac{6}{3} = 2$

Aufpassen:
$\sqrt{a \pm b} \neq \sqrt{a} \pm \sqrt{b}$ z.B.: $\sqrt{4} + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5$, aber: $\sqrt{4+9} = \sqrt{13} \approx 3{,}606 \neq 5$

2.3 Aufgaben zum Wurzelrechnen

1) Berechnen Sie beide Terme und vergleichen Sie:

a) $\sqrt{9} + \sqrt{16}$; $\sqrt{9+16}$
b) $\sqrt{9} \cdot \sqrt{25}$; $\sqrt{9 \cdot 25}$
c) $\sqrt{25} - \sqrt{9}$; $\sqrt{25-9}$
d) $\sqrt{\frac{9}{25}}$; $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}}$

2) Berechnen Sie <u>ohne</u> Taschenrechner:

a) $\sqrt{81}$
b) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}$
c) $\sqrt{(-5)^2}$
d) $\left(\sqrt{-5}\right)^2$
e) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$
f) $\sqrt{0{,}81}$
g) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{8{,}1} \cdot \sqrt{2}$
h) $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2{,}5}}$
i) $\left(\sqrt{12} - \sqrt{3}\right)^2$

3 Gleichungen

Allgemein: Jede Gleichung kann mit Hilfe von Äquivalenzumformungen vereinfacht werden, ohne dabei die Lösung zu verändern. Es darf auf beiden Seiten derselbe Rechenschritt durchgeführt werden, wie z.B. Addition, Subtraktion, Multiplikation (ohne Null) oder Division (ohne Null)…

3.1 Lineare Gleichungen

Lineare Gleichungen können nach folgendem Schema gelöst werden:

1. Alle Terme mit der Unbekannten x mit Hilfe von Äquivalenzumformungen auf eine Seite der Gleichung bringen.
2. Alle Terme ohne die Unbekannte x mit Hilfe von Äquivalenzumformungen auf die andere Seite der Gleichung bringen.
3. Die gesamte Gleichung durch den Vorfaktor von x teilen.
4. Lösungsmenge bestimmen.

Bsp.: Gleichung	$7x+15=2x+30$	$\vert -2x$	Schritt 1
	$5x+15=30$	$\vert -15$	Schritt 2
	$5x=15$	$\vert :5$	Schritt 3
	$x=3$		Schritt 4

3.2 Übungsaufgaben Lineare Gleichungen

a) $\frac{1}{2}x-4=0$

b) $3x+5=0$

c) $-\frac{5}{3}x+\frac{2}{3}=\frac{1}{2}x-\frac{11}{3}$

d) $\frac{1}{6}x-2=\frac{2}{7}x+\frac{1}{2}$

e) $-\frac{2}{5}x-\frac{3}{5}=\frac{1}{5}x-3$

f) $-\frac{1}{3}x+\frac{7}{8}=-\frac{1}{4}x+\frac{1}{4}$

g) $-\frac{1}{4}x+\frac{5}{6}=\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}-x$

h) $2x+\frac{1}{3}=\frac{1}{3}x+1-x$

i) $-\frac{3}{8}x-\frac{4}{3}=\frac{1}{7}x+\frac{5}{3}+\frac{139}{56}x$

j) $\frac{1}{2}x-3=4x+7-\frac{3}{2}x$

3.3 <u>Quadratische Gleichungen</u>

Reinquadratische Gleichung: $ax^2 + c = 0$ x nur quadratisch	$ax^2 + bx = 0 \qquad (c = 0)$	$ax^2 + bx + c = 0$
Lösungsansatz: nach x^2 auflösen Wurzel ziehen (2 Lösungen!) Bsp.1: $2x^2 - 8 = 0$ $x^2 = 4$ $x_1 = 2 \quad x_2 = -2$ Bsp.2: $2x^2 + 8 = 0$ $x^2 = -4$ keine Lösung	Lösungsansatz: x ausklammern Satz vom Nullprodukt Bsp.: $x^2 + 8x = 0$ $x(x+8) = 0$ $x_1 = 0 \quad x_2 = -8$	Lösungsansatz: Lösungsformel $x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}$ b^2-4ac heißt Diskriminante D Bsp.: $2x^2 + 2x - 12 = 0$ $x_{1/2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2-4\cdot 2\cdot(-12)}}{2\cdot 2}$ D = 100 >0 => 2 Lösungen $x_1 = 2 \quad x_2 = -3$ Weitere Fälle: 1. $2x^2 + 2x - 0{,}5 = 0$ $x_{1/2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2-4\cdot 2\cdot 0{,}5}}{2\cdot 2}$ D = 0 => 1 Lösung $x_{1/2} = -0{,}5$ 2. $2x^2 + 2x + 12 = 0$ $x_{1/2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2-4\cdot 2\cdot 12}}{2\cdot 2}$ D = -92 < 0 => keine Lösung

3.4 Übungsaufgaben quadratische Gleichungen

Aufgabe 1:

a) $-3x^2 + 9 = 0$	b) $x^2 - 2 = -2$	c) $x^2 - 2 = 0$
d) $3x^2 + 9 = 0$	e) $x^2 - 2x = 0$	f) $20x = 5x^2$
g) $3x^2 + 6x = 0$	h) $3x^2 - 9x = 7x - x^2$	i) $2x^2 - 6x + 4 = 0$
j) $x^2 + 4x + 4 = 0$	k) $2x^2 + 2 = -5x$	l) $-x^2 - 6x - 12 = 0$

Aufgabe 2: Lösen Sie folgende Gleichungen mit einem geeigneten Verfahren.

a) $2x^2 + 3x = 0$	b) $-3x^2 + x + 2 = 0$
c) $x^2 - 10x + 25 = 0$	d) $81x^2 - 72x + 16 = 0$
e) $5x^2 - x - 18 = 0$	f) $-3x^2 - 3x = 0$
g) $6x - 8 = 2x^2$	h) $5x^2 = -8x$
i) $3x^2 + 8x = 15 - 2x^2 - 2x$	j) $x^2 - 3x = 5x^2 + 3x + 2$
k) $5x^2 - 10x - 2 = 7x^2 - x + 7$	l) $x^2 + 2x + 21 = 4x^2 - x + 3$
m) $2x(x + 1) + x = -1 - 2x^2$	

4 Geraden

Die allgemeine Funktionsgleichung einer Geraden f lautet:

$$\boxed{f: y = m \cdot x + t \qquad \text{mit} \quad m, t \in IR}$$

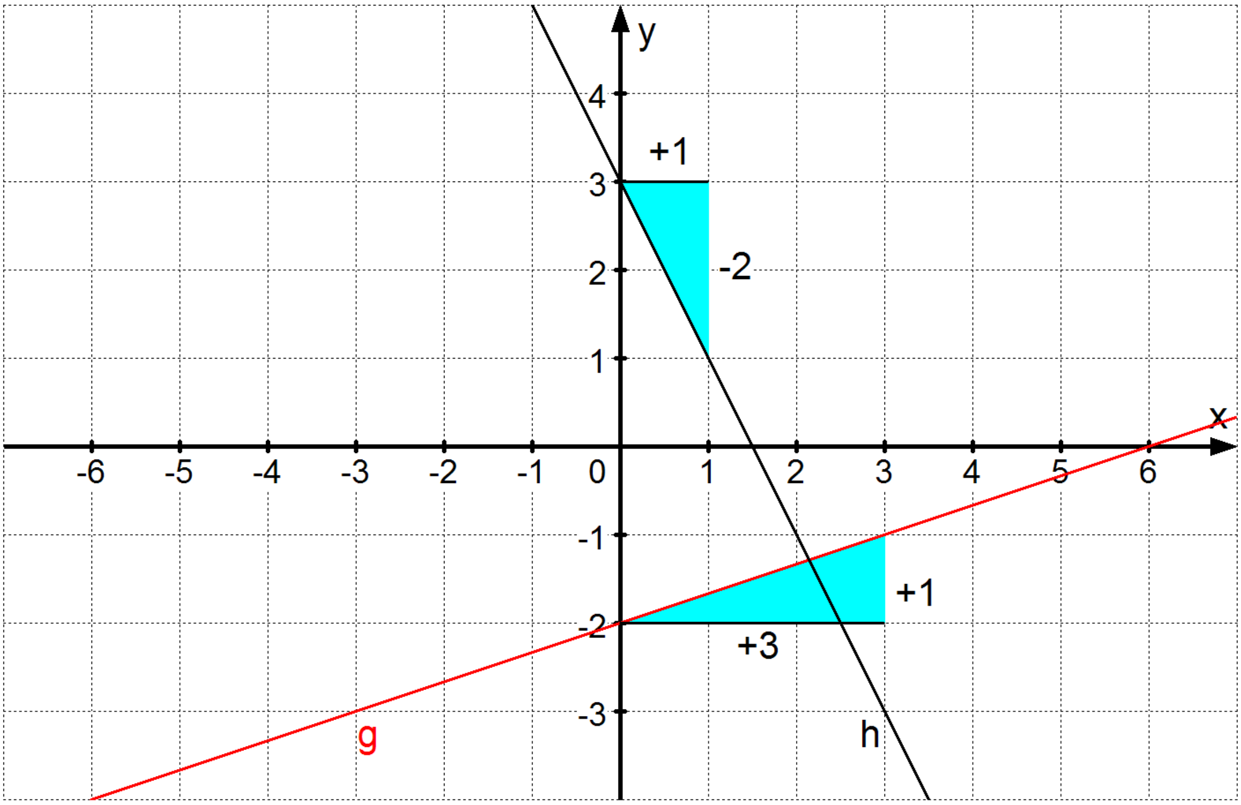
Dabei ist **m** die **Steigung** der Geraden und **t** der **y-Achsenabschnitt**.

4.1 Zeichnen von Geraden

Zum Zeichnen der zugehörigen Geraden trägt man vom Schnittpunkt mit der y-Achse (ist durch den y-Achsenabschnitt t bekannt!) das durch die Steigung m bekannte Steigungsdreieck ein. Am einfachsten ist dieses Steigungsdreieck zu zeichnen, wenn die Steigung m als Bruch dargestellt wird. Der Nenner entspricht der „Strecke“ in x-Richtung, der Zähler der „Strecke“ in y-Richtung.

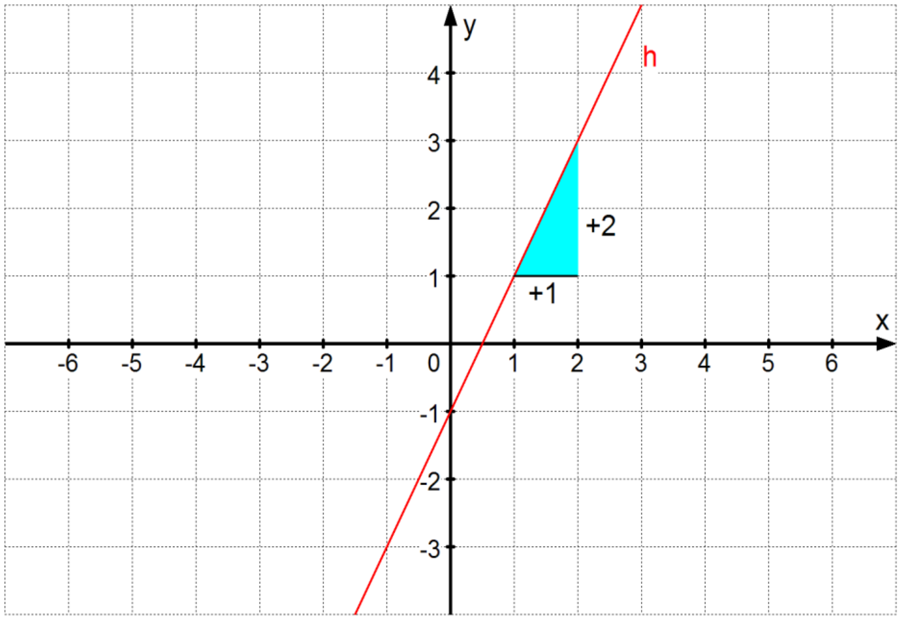
Beispiel 1:

Zeichnen Sie die Geraden g und h mit den Gleichungen $g: y = \frac{1}{3}x - 2$ und $h: y = -2x + 3$ in ein kartesisches Koordinatensystem ein.



Beispiel 2:

Eine Gerade h verläuft parallel zur Geraden g mit der Gleichung $y = 2x - 1$ und geht durch den Punkt $A(1|1)$. Zeichen Sie die Gerade h.



MERKE: Parallele Geraden besitzen die gleiche Steigung!

4.2 Aufgaben zum Zeichnen von Geraden

Gegeben sind folgende Geradengleichungen. Zeichnen Sie die jeweilige Gerade in ein kartesisches Koordinatensystem.

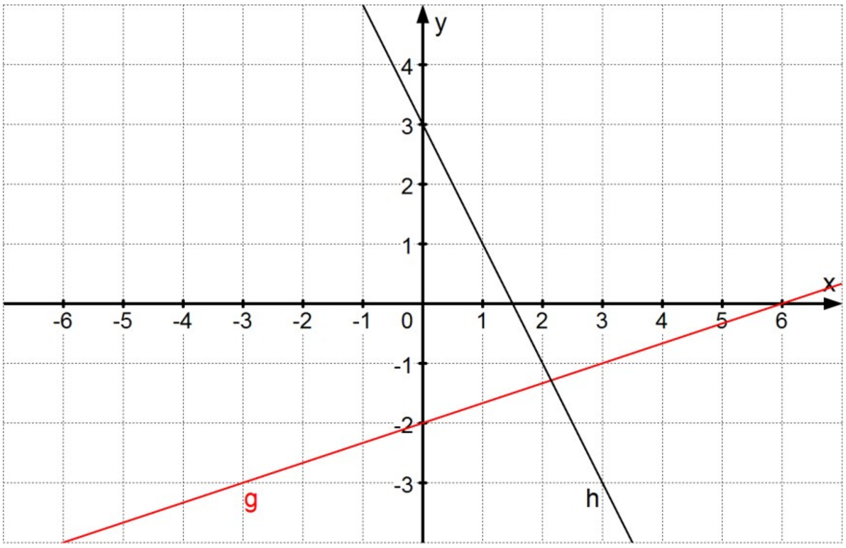
a) $g: y = 2x - 2$ b) $h: y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ c) $k: y = -3x + 2$

4.3 Ablesen von Geradengleichungen

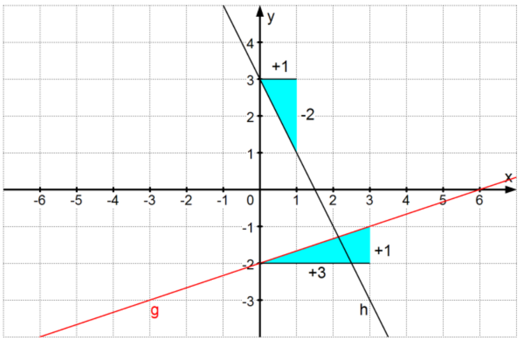
Zum Ablesen einer Geradengleichung aus einer Zeichnung liest man zunächst den y-Achsenabschnitt am Schnittpunkt der Geraden mit der y-Achse ab. Anschließend sucht man ein geeignetes Steigungsdreieck zwischen zwei Punkten der Geraden aus um die Steigung m zu bestimmen. Dabei gilt: Die „Strecke“ in x-Richtung entspricht dem Nenner, die „Strecke“ in y-Richtung dem Zähler der Steigung m.

Beispiel:

Geben Sie die Gleichung der gezeichneten Geraden g und h an.



Lösung:



Der y-Achsenabschnitt von g ist -2.
Ein geeignetes Steigungsdreieck von g ist +3 LE in x-Richtung und +1 LE nach oben. Dies entspricht einer Steigung von $\frac{1}{3}$.

somit gilt: $\mathbf{g: y = \frac{1}{3}x - 2}$

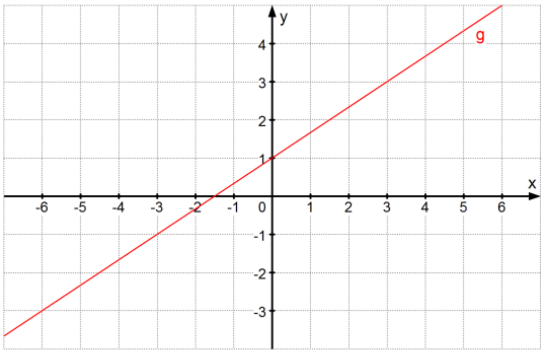
Der y-Achsenabschnitt von h ist 3.
Bei h kann man beispielsweise +1 LE in x-Richtung und -2 LE in y-Richtung „gehen“. Dies entspricht einer Steigung von $\frac{-2}{1} = -2$.

somit gilt: $\mathbf{h: y = -2x + 3}$

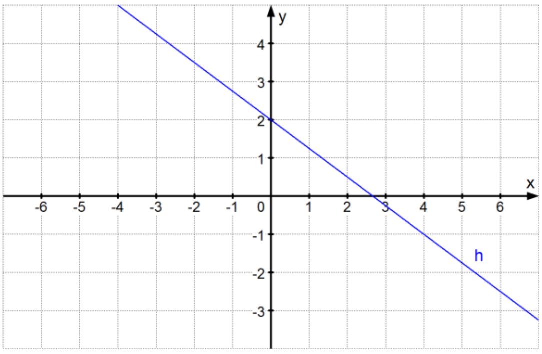
4.4 Aufgaben zum Ablesen von Geradengleichungen

Geben Sie die zu den folgenden Zeichnungen gehörenden Geradengleichungen an.

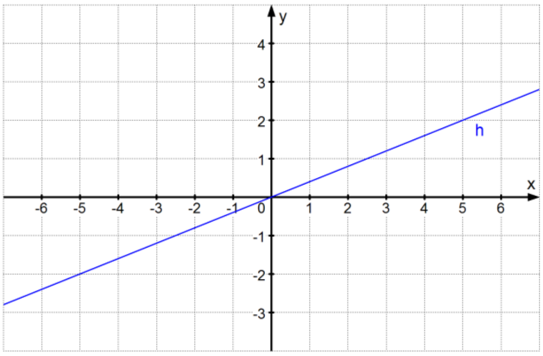
a)



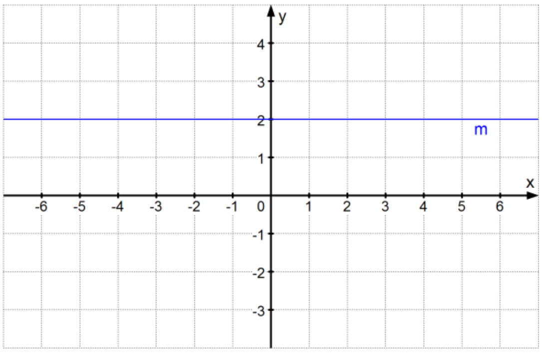
b)



c)



d)



4.5 Aufstellen von Geradengleichungen

Eine Gerade ist eindeutig festgelegt durch
1. einen Punkt $P(x|y)$ und die **Steigung** m
oder
2. zwei verschiedene **Punkte** $P(x_1|y_1)$ und $P(x_2|y_2)$

zu 1.: Kennt man einen Punkt und die Steigung einer Geraden, so setzt man die Koordinaten des Punktes und die Steigung in die allgemeine Geradengleichung $y = mx + t$ ein und löst die Gleichung dann nach t auf.

Beispiel 1:

Die Gerade g verläuft durch den Punkt $P(-0{,}5|3)$ und hat die Steigung 2. Ermitteln Sie die Gleichung der Geraden g.

Lösung:

$$\underbrace{3}_{\text{y-Wert von P}} = \underbrace{2}_{\text{Steigung m}} \cdot \underbrace{(-0{,}5)}_{\text{x-Wert von P}} + t$$

$$3 = -1 + t$$

$$4 = t$$

$$g: y = 2x + 4$$

zu 2.: Kennt man zwei verschiedene Punkte einer Geraden, so lässt sich die Steigung m der Geraden mit der Steigungsformel $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ berechnen. Dann setzt man wie oben die Koordinaten eines der beiden Punkte und die Steigung in die allgemeine Geradengleichung $y = mx + t$ ein und löst die Gleichung nach t auf.

Beispiel 2:

Die Gerade h verläuft durch die Punkte $P(-3|-1)$ und $Q(6|5)$. Ermitteln Sie die Gleichung der Geraden h.

Lösung: Berechnung der Steigung m:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-(-1)}{6-(-3)} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$ alternativ: $$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-5}{-3-6} = \frac{-6}{-9} = \frac{2}{3}$$

Merke: Bei der Berechnung der Steigung ist es gleichgültig, welchen der Punkte man als ersten und welchen als zweiten Punkt verwendet.

Berechnung des y-Achsenabschnitts:

$$\underbrace{5}_{\text{y-Wert von Q}} = \underbrace{\frac{2}{3}}_{\text{Steigung m}} \cdot \underbrace{6}_{\text{x-Wert von Q}} + t$$

$$5 = 4 + t$$

$$1 = t$$

$$h: y = \frac{2}{3}x + 1$$

4.6 Aufgaben zum Aufstellen von Geradengleichungen

Aufgabe 1: Von einer Geraden g sind zwei Punkte bekannt. Bestimmen Sie jeweils eine Gleichung der zugehörigen Gerade.
a) $P(1|1)$ und $Q(-1|-5)$ b) $M(4|3)$ und $N(3|1)$ c) $A(-2|7)$ und $B(1|-8)$

Aufgabe 2: Eine Gerade h verläuft parallel zur Geraden g mit der Gleichung $y = 2x - 1$ und geht durch den Punkt $A(1|0)$. Ermitteln Sie die Gleichung der Geraden h.

5 Quadratische Funktionen

5.1 Allgemeine Form

$f(x) = ax^2 + bx + c$

a: Leitkoeffizient
- $a > 0$: Parabel ist nach oben geöffnet
  - $0 < a < 1$: Parabel ist gestaucht
  - $a > 1$: Parabel ist gestreckt
- $a < 0$: Parabel ist nach unten geöffnet
  - $-1 < a < 0$: Parabel ist gestaucht
  - $a < -1$: Parabel ist gestreckt

c: y-Wert des Schnittpunktes mit der y-Achse

Nullstellen

Die Stellen, an denen eine Funktion f den Wert Null annimmt, heißen Nullstellen der Funktion. Die Nullstellen berechnet man durch lösen der Gleichung $f(x) = 0$

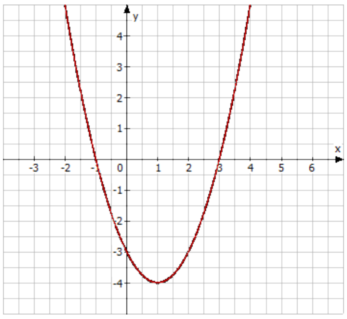
$f(x) = 0{,}5x^2 + x - 1{,}5$
$0 = 0{,}5x^2 + x - 1{,}5$
$x_{1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 0{,}5 \cdot (-1{,}5)}}{2 \cdot 0{,}5}$
$x_1 = 1$ (einfache Nullstelle)
$x_2 = -3$ (einfache Nullstelle)

Lösungsformel

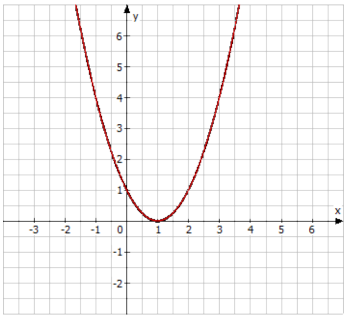
$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Diskriminante: $D = b^2 - 4ac$

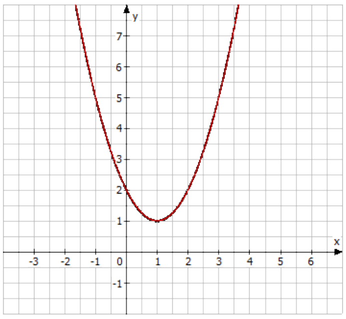
Anzahl der Nullstellen in Abhängigkeit von der Diskriminante



D>0; zwei (einfache) Nullstellen

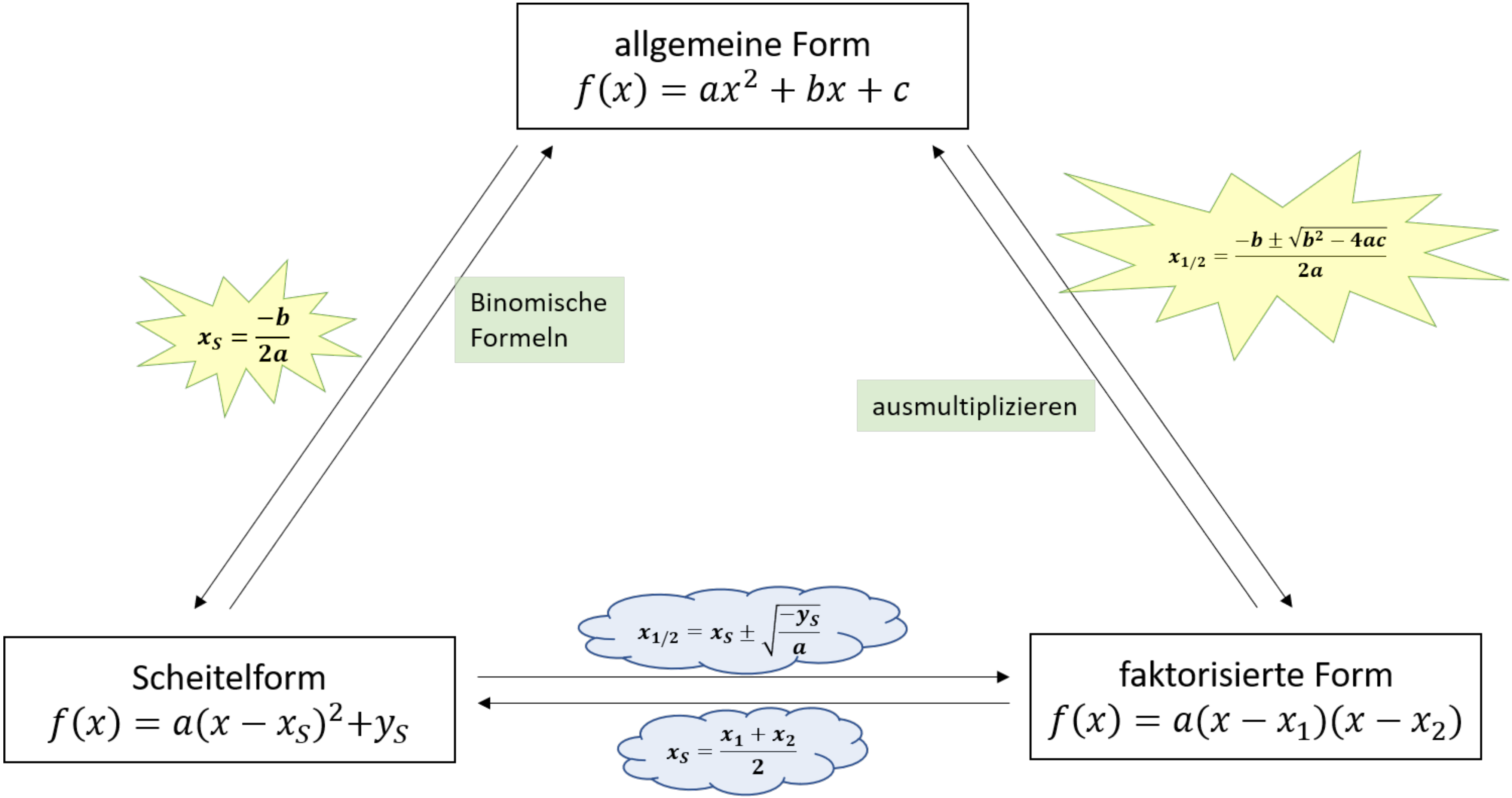


D=0; eine (doppelte) Nullstelle



D<0; keine Nullstelle

5.2 Unterschiedliche Arten der Funktionsgleichung bei quadratischen Funktionen



Beispiele:

1. Umformung von der allgemeinen Form in die Scheitelform

$f(x) = 0{,}5x^2 + x - 1{,}5$

$x_S = \frac{-1}{2 \cdot 0{,}5} = -1$

$y_S = f(-1) = -2$

$f(x) = 0{,}5(x+1)^2 - 2$

2. Umformung von der allgemeinen Form in die faktorisierte Form (Produkt-, Linearfaktorform)

$f(x) = 0{,}5x^2 + x - 1{,}5$

$0 = 0{,}5x^2 + x - 1{,}5$

$x_{1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 0{,}5 \cdot (-1{,}5)}}{2 \cdot 0{,}5}$

$x_1 = 1$

$x_2 = -3$

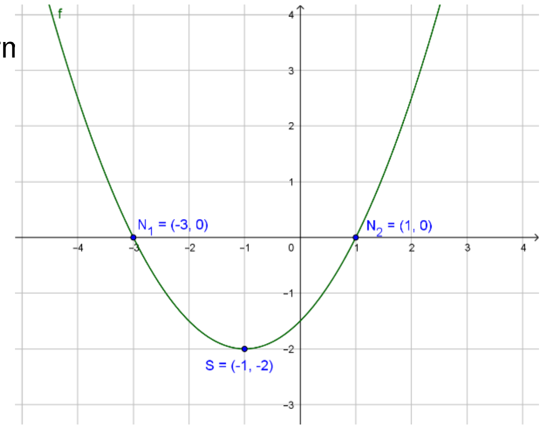
$f(x) = 0{,}5(x-1)(x+3)$

3. Umformung von der faktorisierten Form in die Scheitelform

$f(x) = 0{,}5(x-1)(x+3)$

$x_S = \frac{1+(-3)}{2} = -1$

$y_S = f(-1) = 0{,}5(-1-1)(-1+3) = -2$



5.3 Aufgaben zu quadratischen Funktionen

Aufgabe 1: Ordnen Sie die Graphen den Funktionsgleichungen zu.

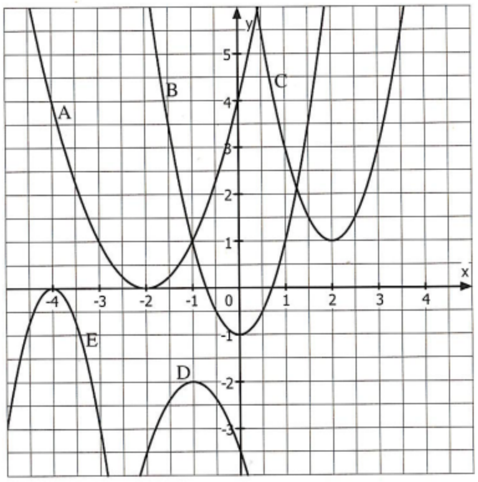
___ : $f_1(x) = -3(x+4)^2$

___ : $f_2(x) = 2x^2 - 1$

___ : $f_3(x) = -1{,}5(x+1)^2 - 2$

___ : $f_4(x) = 2(x-2)^2 + 1$

___ : $f_5(x) = x^2 + 4x + 4$



Aufgabe 2: Geben Sie zu den gegebenen Funktionsgleichungen die Öffnungsrichtung, die Öffnungsweite, den Scheitelpunkt und die Wertemenge an.

Funktionsgleichung	Öffnungsrichtung	Öffnungsweite	Scheitelpunkt S
$f(x) = 2(x+2)^2 + 3$			
$f(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2 - 4$	Oben		
$f(x) = -3(x+2)^2 - 2$			
$f(x) = -0{,}8(x-6)^2 + 1$			$S(6\|1)$
$f(x) = 4x^2 + 1$		Gestreckt	
$f(x) = x^2 - 3$			
$f(x) = 0{,}4(x-8)^2$			

Aufgabe 3: Vervollständigen Sie die folgende Tabelle!

Scheitelpunktform	Allgemeine Form	Faktorisierte Form
	$f(x) = x^2 + 2x - 3$	
	$f(x) = 1{,}5x^2 + 6x + 6$	
$f(x) = \frac{1}{3}(x-3)^2 - \frac{4}{3}$		
		$f(x) = -0{,}5x(x-12)$

6 Lösungen

6.1 Lösungen zu Kapitel 1.6

a) $-\frac{3}{28}$	b) $\frac{3}{20}$	c) $-\frac{17}{35}$	d) $-\frac{5}{8}$	e) $\frac{1}{8}$	f) $-\frac{8}{15}$
g) $\frac{24}{35}$	h) $-\frac{15}{28}$	i) 15	j) $-\frac{2}{5}$	k) $\frac{11}{30}$	l) $\frac{5}{14}$
m) $\frac{1}{7}$	n) $\frac{5}{4}$	o) 1	p) $\frac{2}{7}$	q) $\frac{23}{2}$	r) $\frac{2}{3}$

6.2 Lösungen zu Kapitel 2.3

1a) $\sqrt{9}+\sqrt{16}=3+4=7$; $\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$

1b) $\sqrt{9}\cdot\sqrt{25}=\sqrt{9\cdot 25}=15$

1c) $\sqrt{25}-\sqrt{9}=2$; $\sqrt{25-9}=\sqrt{16}=4$

1d) $\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}}=\frac{3}{5}=0{,}6$

2a) $\sqrt{81}=9$

2b) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}=5$

2c) $\sqrt{(-5)^2}=\sqrt{25}=5$

2d) $\left(\sqrt{-5}\right)^2\notin\mathbb{R}$

2e) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{12}=\sqrt{36}=6$

2f) $\sqrt{0{,}81}=0{,}9$

2g) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{8{,}1}\cdot\sqrt{2}=\sqrt{5\cdot 8{,}1\cdot 2}=\sqrt{81}=9$

2h) $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2{,}5}}=\sqrt{\frac{10}{2{,}5}}=\sqrt{4}=2$

2i) $\left(\sqrt{12}-\sqrt{3}\right)^2=12-2\cdot\sqrt{12}\cdot\sqrt{3}+3=12-2\cdot\sqrt{36}+3=12-12+3=3$

6.3 Lösungen zu Kapitel 3.2

a) $x=8$	b) $x=-\frac{5}{3}$	c) $x=2$
d) $x=21$	e) $x=4$	f) $x=7{,}5$
g) $x=-\frac{2}{3}$	h) $x=\frac{1}{4}$	i) $x=-1$
j) $x=5$		

6.4 Lösungen zu Kapitel 3.4

Aufgabe 1:

a) $x_{1/2}=\pm\sqrt{3}$	b) $x_{\frac{1}{2}}=0$
c) $x_{1/2}=\pm\sqrt{2}$	d) keine Lösung
e) $x_1=0\;\; x_2=2$	f) $x_1=0\;\; x_2=4$
g) $x_1=0\;\; x_2=-2$	h) $x_1=0\;\; x_2=4$
i) $x_1=1\;\; x_2=2$	j) $x_{1/2}=-2$
k) $x_1=-2\;\; x_2=-0{,}5$	l) keine Lösung

Aufgabe 2:

a) $x_1 = -\frac{3}{2} \quad x_2 = 0$

b) $x_1 = -\frac{2}{3} \quad x_2 = 1$

c) $x_{1/2} = 5$

d) $x_{1/2} = \frac{4}{9}$

e) $x_1 = -\frac{9}{5} \quad x_2 = 2$

f) $x_1 = -1 \quad x_2 = 0$

g) keine Lösung

h) $x_1 = -\frac{8}{5} \quad x_2 = 0$

i) $x_1 = -3 \quad x_2 = 1$

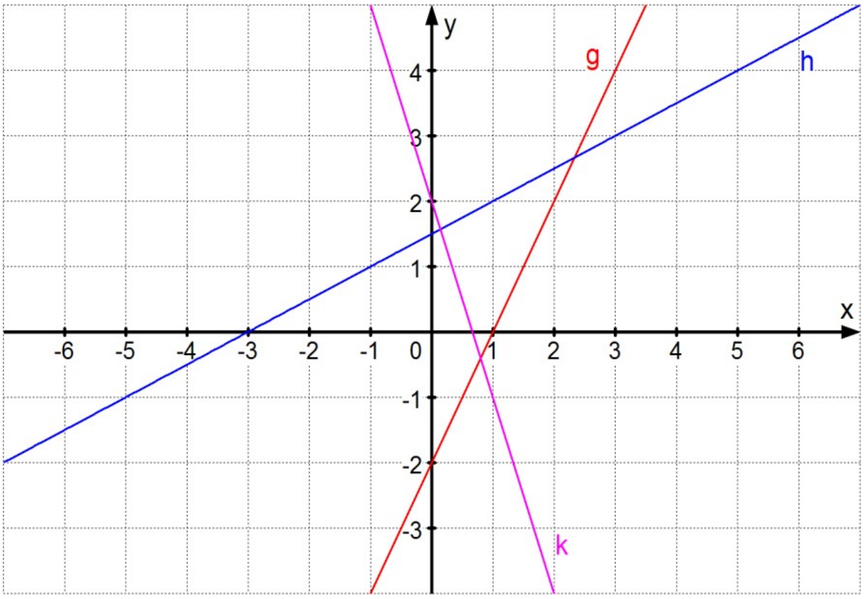
j) $x_1 = -1 \quad x_2 = -0{,}5$

k) $x_1 = -3 \quad x_2 = -1{,}5$

l) $x_1 = -2 \quad x_2 = 3$

m) keine Lösung

6.5 Lösungen zu Kapitel 4.2



6.6 Lösungen zu Kapitel 4.4

a) $g: y = \frac{2}{3}x + 1$ b) $h: y = -\frac{3}{4}x + 2$ c) $h: y = \frac{2}{5}x$ d) $m: y = 2$

6.7 Lösungen zu Kapitel 4.6

1.) a) $\mathbf{y = 3x - 2}$ b) $\mathbf{y = 2x - 5}$ c) $\mathbf{y = -5x - 3}$

2.) $\mathbf{y = 2x - 2}$ (Merke: Parallele Geraden besitzen die gleiche Steigung!)

6.8 Lösungen zu Kapitel 5.3

Aufgabe 1: Ordnen Sie die Graphen den Funktionsgleichungen zu.

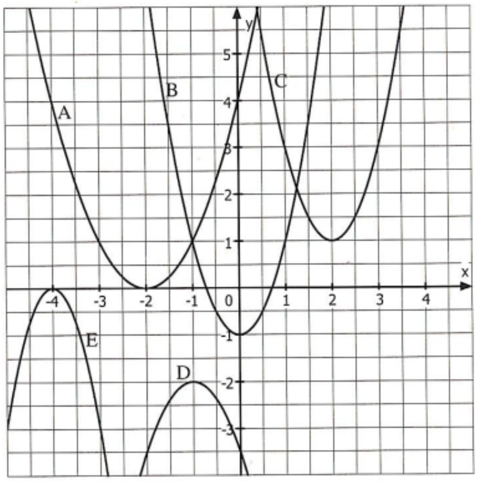
$E: f_1(x) = -3(x+4)^2$

$B: f_2(x) = 2x^2 - 1$

$D: f_3(x) = -1{,}5(x+1)^2 - 2$

$C: f_4(x) = 2(x-2)^2 + 1$

$A: f_5(x) = x^2 + 4x + 4$



Aufgabe 2: Geben Sie zu den gegebenen Funktionsgleichungen die Öffnungsrichtung, die Öffnungsweite, den Scheitelpunkt und die Wertemenge an.

Funktionsgleichung	Öffnungsrichtung	Öffnungsweite	Scheitelpunkt S
$f(x) = 2(x+2)^2 + 3$	oben	gestreckt	$S(-2\|3)$
$f(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2 - 4$	oben	getaucht	$S(1\|-4)$
$f(x) = -3(x+2)^2 - 2$	unten	gestreckt	$S(-2\|-2)$
$f(x) = -0{,}8(x-6)^2 + 1$	unten	gestaucht	$S(6\|1)$
$f(x) = 4x^2 + 1$	oben	gestreckt	$S(0\|1)$
$f(x) = x^2 - 3$	oben	-	$S(0\|-3)$
$f(x) = 0{,}4(x-8)^2$	oben	gestaucht	$S(8\|0)$

Aufgabe 3: Vervollständigen Sie die folgende Tabelle!

Scheitelpunktform	Allgemeine Form	Faktorisierte Form
$f(x) = (x+1)^2 - 4$	$f(x) = x^2 + 2x - 3$	$f(x) = (x+3)(x-1)$
$f(x) = 1{,}5(x+2)^2$	$f(x) = 1{,}5x^2 + 6x + 6$	$f(x) = 1{,}5(x+2)^2$
$f(x) = \frac{1}{3}(x-3)^2 - \frac{4}{3}$	$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x + \frac{5}{3}$	$f(x) = \frac{1}{3}(x-5)(x-1)$
$f(x) = -0{,}5x^2 + 6$	$f(x) = -0{,}5x^2 + 6$	$f(x) = -0{,}5x(x-12)$